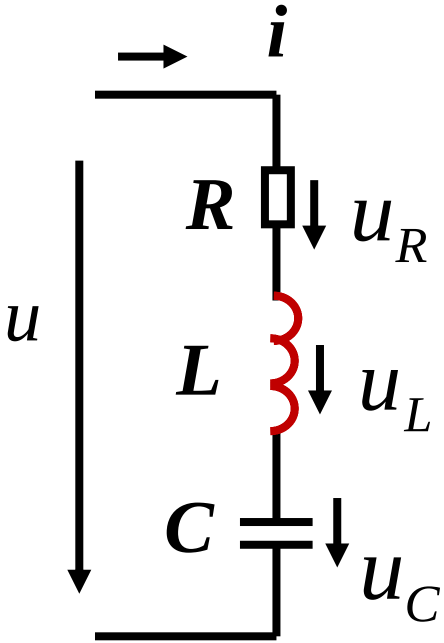
电阻、电感和电容元件串联的交流电路

RLC串联的交流电路

（一）电流、电压的关系：



$$u = u_R + u_L + u_C$$

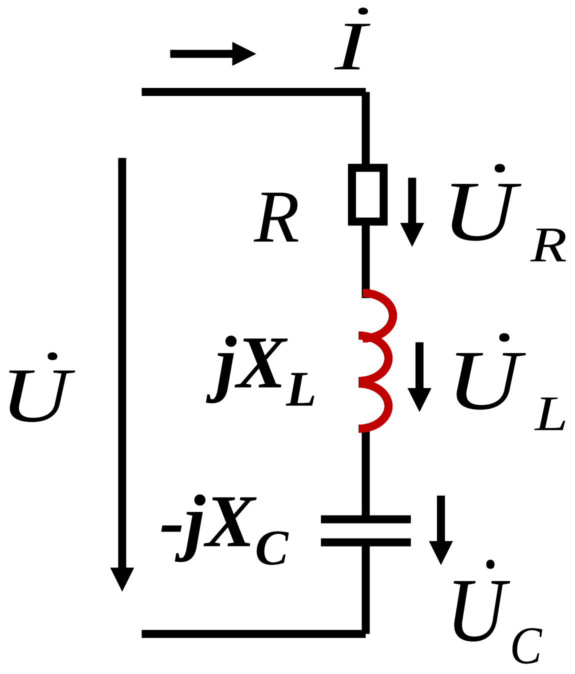
若 $i = \sqrt{2} I \sin \omega t$

则 $u = \sqrt{2} IR \sin \omega t$

$$+ \sqrt{2} I (\omega L) \sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$+ \sqrt{2} I (\frac{1}{\omega C}) \sin(\omega t - 90^\circ)$$

相量模型



相量方程式：

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C$$

设 $\dot{I} = I\angle 0°$（参考相量）

则
$$\dot{U}_R = \dot{I}R$$
$$\dot{U}_L = \dot{I}(jX_L)$$
$$\dot{U}_C = \dot{I}(-jX_C)$$

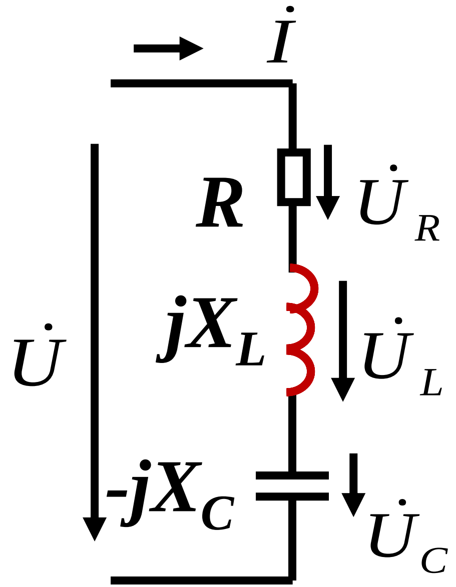
总电压与总电流的关系式

$$\dot{U} = \dot{I}R + \dot{I}(jX_L) + \dot{I}(-jX_C)$$
$$= \dot{I}[R + j(X_L - X_C)]$$

$$\dot{U} = \dot{I}\left[R + j\left(X_L - X_C\right)\right]$$

令 $Z = R + j\left(X_L - X_C\right) = R + jX$

X ----电抗



Z：复数阻抗 $\begin{cases} \text{实部为阻} \\ \text{虚部为抗} \begin{cases} \text{感抗} \\ \text{容抗} \end{cases} \end{cases}$

则 $\boxed{\dot{U} = \dot{I}Z}$

复数形式的欧姆定律

由复数形式的欧姆定律 $\dot{U}=\dot{I}Z$ 可得：

$$Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{U\angle\psi_u}{I\angle\psi_i}=|Z|\angle\varphi=\frac{U}{I}\angle\psi_u-\psi_i$$

$$\boxed{|Z|=\frac{U}{I}}$$

$$\boxed{\varphi=\psi_u-\psi_i}$$

结论：Z的模为电路总电压和总电流有效值之比，

而 Z的辐角则为总电压和总电流的相位差。

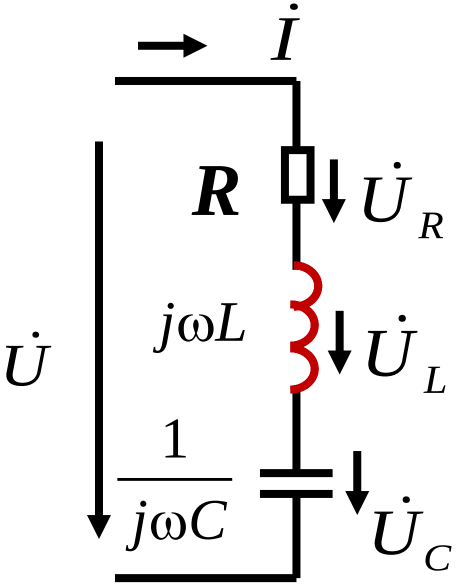
由阻抗的定义，可以得到：

$$Z_R = R$$

$$Z_L = j\omega L = jX_L$$

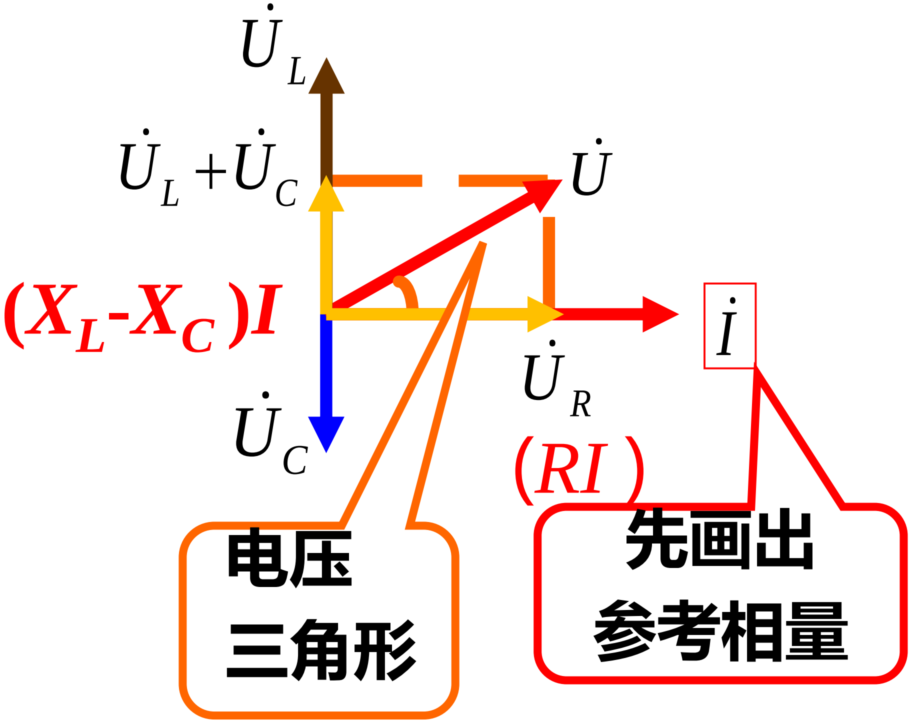
$$Z_C = -j\frac{1}{\omega C} = -jX_C$$

R-L-C串联交流电路 -- 相量图



相量表达式：

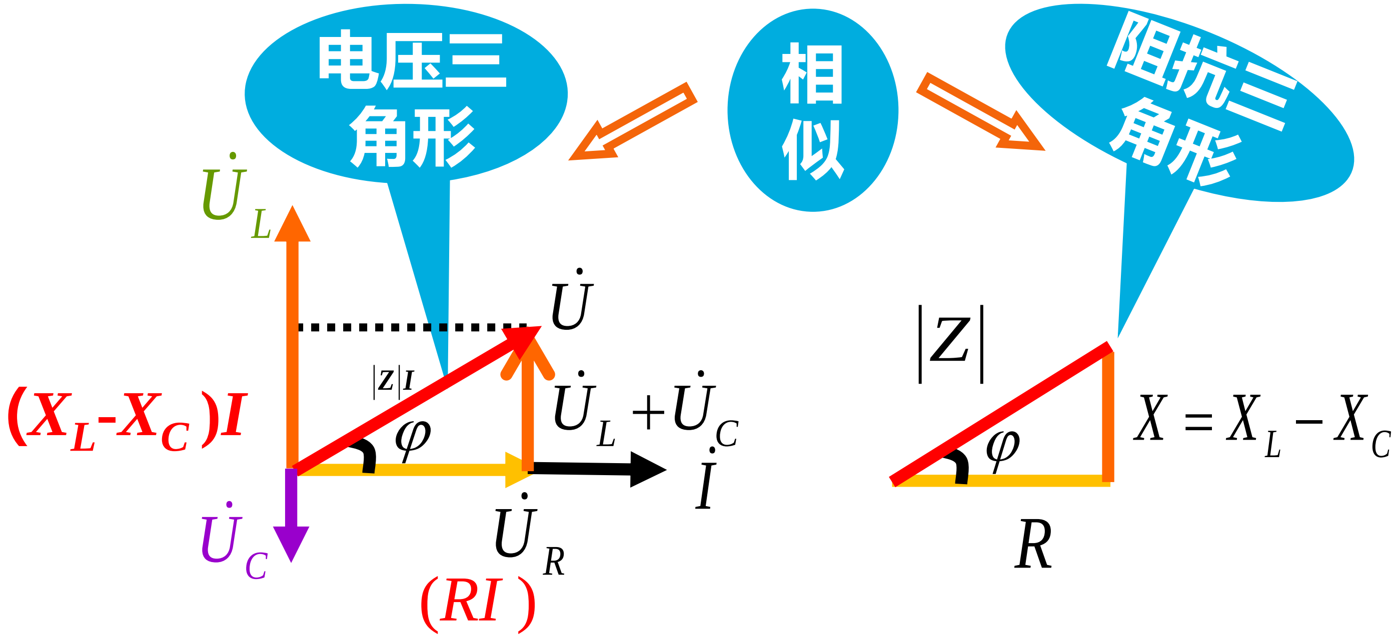
$$\dot{U}=\dot{I}\left[R+j\left(X_L-X_C\right)\right]$$



阻抗三角形和电压三角形的关系

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C$$
$$= \dot{I}\left[R + j\left(X_L - X_C\right)\right]$$

$$\boldsymbol{Z = R + j\left(X_L - X_C\right)}$$



Z和电路性质的关系

$$Z=|Z|\angle\varphi=R+j\left(X_L-X_C\right)$$

阻抗角

$$\boxed{\varphi=\psi_u-\psi_i=tg^{-1}\frac{X_L-X_C}{R}}$$

ω一定时电路性质由参数决定

$\varphi>0$表示 u 领先 i - - 电感性电路

$\varphi<0$表示 u 落后 i - - 电容性电路

$\varphi=0$表示 u 、i 同相 - - 电阻性电路

R、L、C 串联电路中的功率计算

1.瞬时功率

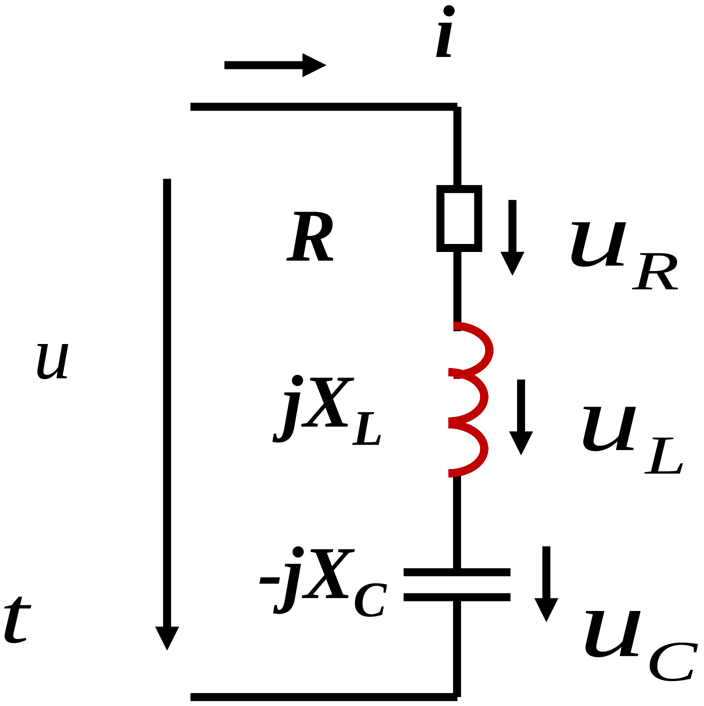
$$p = u \cdot i = p_R + p_L + p_C$$

2.平均功率 *P*（有功功率）

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p\,dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T (p_R + p_L + p_C)\,dt$$

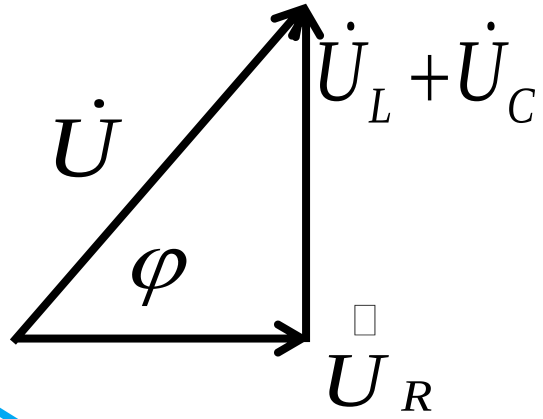
$$= P_R = U_R I = I^2 R$$



平均功率P与总电压U、总电流 I 间的关系：

$$P = U_R I$$

其中： $U_R = U\cos\varphi$



$$\therefore\ \boxed{P = \underbrace{U}_{\text{总电压}}\,\underbrace{I}_{\text{总电流}}\cos\underbrace{\varphi}_{u\text{ 与 }i\text{ 的夹角}}}$$

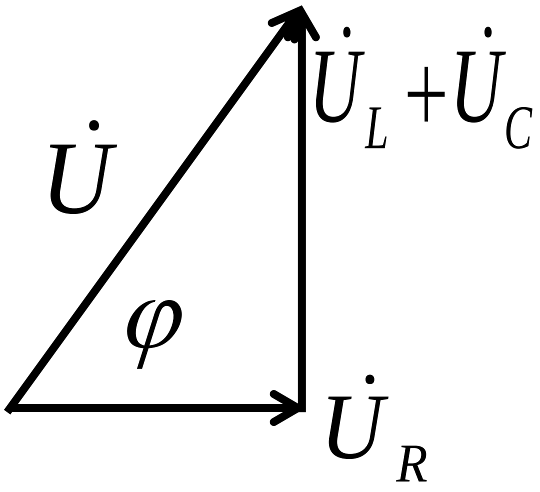
$\boxed{\cos\varphi}$ ------ 功率因数

φ又称为功率因数角。

3. 无功功率 Q：

在 R、L、C 串联的电路中，储能元件 L、C 虽然不消耗能量，但存在能量吞吐， 吞吐的规模用无功功率来表示。其大小为：

$$
\begin{aligned}
Q &= Q_L + Q_C \\
&= U_L I + (-U_C I) \\
&= (U_L - U_C) \times I \\
&= IU \sin\varphi
\end{aligned}
$$



4. 视在功率 S：电路中总电压与总电流有效值的乘积。

$\boxed{S = UI}$　　　　单位：伏安、千伏安

注：$S = UI$ 可用来衡量发电机可能提供的最大功率

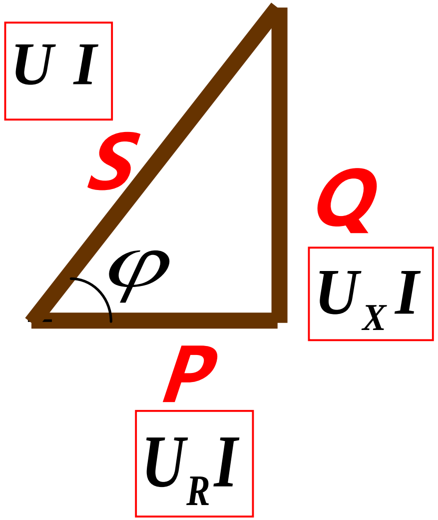
（额定电压×额定电流）

5. 功率三角形：

有功功率 $P = UI\cos\varphi$

无功功率 $Q = UI\sin\varphi$

视在功率 $S = UI$



阻抗三角形、电压三角形、功率三角形

将电压三角形的有效值同除I 得到阻抗三角形

将电压三角形的有效值同乘I 得到功率三角形

$$U=\sqrt{U_R{}^2+(U_L-U_C)^2}$$

$$U_R=U\cos\varphi$$

$$U_X=U\sin\varphi$$

$$|Z|=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}$$

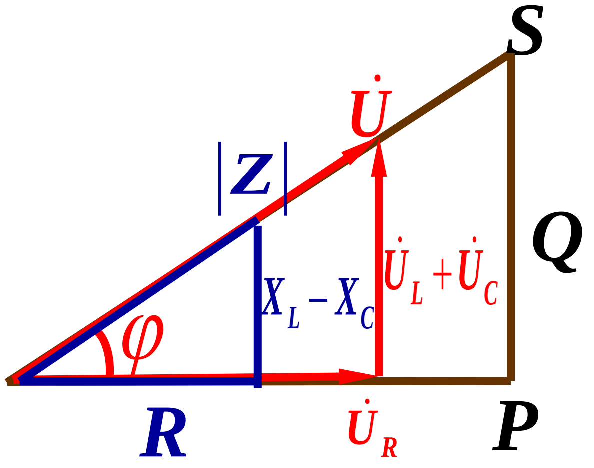
$$R=|Z|\cos\varphi$$

$$X=|Z|\sin\varphi$$

$$S=\sqrt{P^2+Q^2}$$

$$P=S\cos\varphi$$

$$Q=S\sin\varphi$$



谢谢！